NB : - Il sera tenu compte de la rédaction et la rigueur de raisonnement.
- Tout résultat parachuté sera compté faux

Exercice n°1 : Les deux parties sont indépendantes.

Partie A : *une seule réponse est correcte choisir la*

1) (U_n) est une suite réelle vérifiant pour tout $n \in IN^*$ $1-\frac{1}{n} \leq U_n \leq 2+\frac{1}{n}$ 1

a) $\lim U_n = 1$ b) $\lim U_n = 2$ c) (U_n) est bornée

2) soit la suite (U_n) définie sur IN par : $U_n = \frac{n+(-1)^n}{n+2}$ alors on a 1

a) $\lim U_n = 0$ b) $\lim U_n = 1$ c) (U_n) n'a pas de limite

3) Pour tout $n \in IN$ on pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} (\frac{1}{2})^k$ alors on a : 0.75

a) $\lim S_n = 2$ b) $\lim S_n = 0$ c) $\lim S_n = +\infty$ 0.75

Partie B : *ajouter l'hypothèse qui manque dans chaque phrase.*

1) Si (U_n) est une suite croissante **alors** elle est convergente 0.75

2) Si (U_n) est une suite non minorée **alors** $\lim U_n = -\infty$

3) Si f est une fonction définie sur I est (Un) une suite de nombre réelles de I convergente vers l et $f(U_n) = U_{n+1}$ **alors** $f(l) = l$ 0.75

4) Si(U_n) une suite qui admet une limite en $+\infty$ **alors** elle est convergente. 0.5

Exercice n°2 : Toutes les questions sont indépendantes

1) Ecrire la division euclidienne de -228 par 13 1

2) Montrer que $1^{2003} + 2^{2003} + 3^{2003} + 4^{2003}$ est divisible par 5 0.5

3) Démontrer que par tout entier naturel n $3^{2n+1} + 5^{2n+1} \equiv 0[4]$ 1

4) Vérifier que $3^4 \equiv -1\ [41]$ et préciser le reste modulo 41 de $7.\ 3^{20} + 6$ 1

5) Résoudre dans Z^2 $x^2 \equiv 1[8]$. 1

6) Remplacer l'entier écrit en gras par le plus petit entier naturel possible 1

$a \equiv$ **30757** $[10]$ $b \equiv$ **- 13** $[28]$

7) Déterminer tous les entiers n tel que n +1 divise n+7

Exercice n°3 :

Soit (E) : 12x +25 y = 1

1) Enoncer le théorème de Bézout 1

2) Déterminer PGCD (25,12) 0.5

3) Justifier que (E) admet au moins une solution dans Z^2 et utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer une solution particulière de cette équation. 1.5

Exercice n°4 :

On considère la suite (u_n) définie sur IN par $U_0 = 6$ et $u_{n+1} = \frac{4u_n + 2}{u_n + 3}$

*dans le graphique (**annexe page3**), on donne la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction*

$f : \rightarrow \frac{4x+2}{x+3}$ pour $x \in$]-1 ,+ ∞ [et la droite D d'équation y = x.

1) a /Déterminer graphiquement les abscisses α et β ; (α < β) des points d'intersection 0.5

de la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite D. 0.75

*b/Placer sur l'axe des abscisses sans faire de calcule les termes u_0, u_1, u_2(**annexe page3**)* 0.5 0.5

2) a/ Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n > 2$. 1

b/ Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

c/ En déduire que la suite (u_n) est convergente et trouver sa limite l 0.5

3) Soit (v_n) la suite définie sur IN par $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$ 0.5

a/ Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$. 0.75

b/ Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .

c/ Calculer la limite de la suite (v_n), puis retrouver la limite de la suite (u_n).

Avec mes encouragements
Essahli Imed

Annexe page 3